INTEGRAZIO ANIZKOITZA (17/18 - 18/19)

1.- Izan bedi S gainazala, lehenengo oktantean $z=1$ planoak mugaturiko $z=x^2+y^2$ paraboloidearen zatia. Eta izan bedi C kurba itxia S-ren muga. $\vec{F}(x,y,z)=y\,\vec{i}+z\,\vec{j}+x\,\vec{k}$ eremu bektoriala emanik:

a) Kalkulatu $\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$, S gainazalaren kanpoko aurpegitik.

b) Kalkulatu $\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$

2.- a) Kalkulatu V solidoa mugatzen duen $S=S_1\cup S_2$ gainazal itxian zehar irteten den $\vec{F}(x,y,z)=(y+z)\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ eremu bektorialaren fluxua, non $\begin{cases} S_1 \equiv x^2+y^2+z^2=1 \quad (z\geq 0) \\ S_2 \equiv x^2+y^2+z^2-2z=0 \quad (z\leq 1) \end{cases}$.

b) Kalkulatu S gainazala osatzen duen S_1 gainazalaren zatiaren azalera.

3.- Kalkulatu $V\equiv\begin{cases} x^2+y^2+z^2\leq 1 \\ z\geq\sqrt{x^2+y^2} \end{cases}$ solidoaren masa-zentroa, dentsitatea konstantea dela jakinda.

OHARRA: Dentsitate konstantea duen V solidoaren masa-zentroaren koordenatuak $(\overline{x},\overline{y},\overline{z})$ dira, non:

$$\overline{x}=\frac{\iiint_V x\,dxdydz}{\text{Bolumena}(V)} \qquad \overline{y}=\frac{\iiint_V y\,dxdydz}{\text{Bolumena}(V)} \qquad \overline{z}=\frac{\iiint_V z\,dxdydz}{\text{Bolumena}(V)}$$

4.- Izan bedi S gainazal itxia $V\equiv\begin{cases} z\geq x^2+y^2-1 \\ z\leq 1-x^2-y^2 \end{cases}$ solidoaren muga. Defini dezagun $\vec{F}(x,y,z)=\left(100e^{y+z}-2xz\right)\cdot\vec{i}+\left(\cos(\pi-x)+10y\right)\cdot\vec{j}+\left(z^2-\arctan(x+y)\right)\cdot\vec{k}$ bektorea.

a) Kalkulatu S-ren azalera.

b) Kalkulatu S gainazaletik irteten den $\vec{F}$ bektorearen fluxua.

5.- Indarra adierazten duen $\vec{F}(x,y,z)=\frac{y}{z}\cdot\vec{i}+\frac{x}{z}\cdot\vec{j}-\frac{xy}{z^2}\cdot\vec{k}$ bektorea emanik,

a) Kalkulatu indar horrek egindako lana $C\equiv\begin{cases} x^2+y^2=z+2 \\ z=y \end{cases}$ kurban zehar, $A(x,y,z)=\left(\sqrt{2},1,1\right)$ puntutik $B(x,y,z)=\left(0,2,2\right)$ puntura.

b) Justifikatu ea A eta B puntuen artean indar horrek egindako lana aukeratutako bidearekiko independentea den.

c) Aurkitu $\vec{F}$ -ren funtzio potentziala.

d) Lortu indar horrek egindako lana A puntutik B puntura, puntu biak elkartzen dituen zuzenean zehar.

6. Kalkulatu $\int_C \left((y-1)dx + z^2 dy + ydz\right)$ C kurban zehar, non $C \equiv \begin{cases} x^2 + y^2 = \dfrac{z^2}{2} \\ z = y+1 \end{cases}$.

7. Izan bedi S $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ esferaren zatia non $1 \le x^2 + y^2 \le 4$ eta $z \ge 0$.

a) Kalkulatu S-ren azalera.

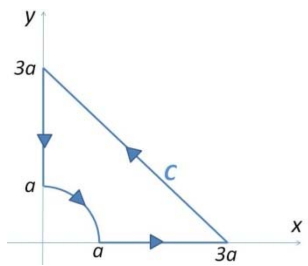
b) Kalkulatu $\iint_S \frac{1}{z} dS$

8. Izan bedi $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, 2z)$ bektorea:

a) Kalkulatu $\vec{F}$ -ren fluxua $V \equiv 0 \le z \le 4 - 2x^2 - 2y^2$ solidoa mugatzen duen S gainazal itxian zehar.

b) Kalkulatu $\vec{F}$ -ren fluxua S osatzen duen paraboloidearen zatian zehar.

9.- Kalkulatu $\int_{C^+} \left(ydx + 3xdy\right)$ lerro-integrala, C^+ marrazkian erakusten den kurba izanik, hiru zuzenkik eta zirkunferentziaren laurdenak osatuta, erloju-orratzen kontrako noranzkoan ibilitakoa.



10.- Kalkulatu $x^2 + y^2 = 4$ zilindroaren barruan dagoen $z = x^2 + y^2$ paraboloidearen zatiaren azalera.

11.- Izan bedi $\vec{F}(x, y, z) = \left(e^{y^2} + z, 2x, 3z\right)$ bektorea.

a) Kalkulatu $\vec{F}$ -ren fluxua hurrengo solidoa mugatzen duen S gainazal itxian zehar:

$$V \equiv 0 \ge y \ge 2z^2 + 2x^2 - 4.$$

b) Kalkulatu $\vec{F}$ -ren fluxua S osatzen duen paraboloidearen zatian zehar.